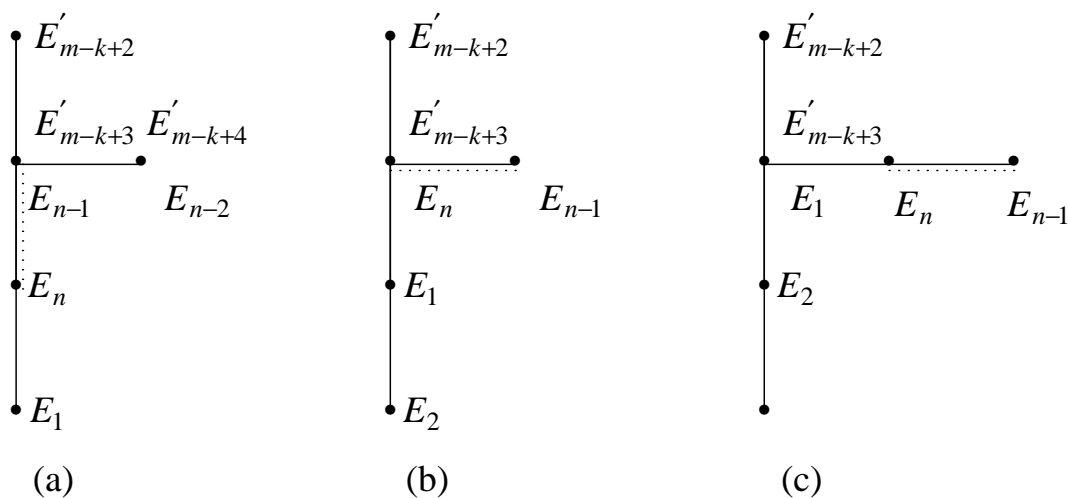


Es ist noch zu betrachten: mindestens eine der gekoppelten Ecken von G wird mit einer Ecke von H identifiziert (\*). Nur bei den hier dargestellten möglichen Lagen der Basisseite von L - und damit des Basisseite von G - ist dies der Fall. Die Situation wird an folgender Figur verdeutlicht, die den in diesem Zusammenhang interessierenden Teil der Figur fmG\_an\_fmG zeigt.



Die punktierte Linie soll die Kopplung der Ecken andeuten.

Fall (a)

Zu zeigen: zu  $(E_1, E_2)$  als Basisseite von L gibt es FS(L).

$(E_1, E_2)$  wird als Basisseite von G gewählt. Die Situation nach Figur (a) ist mit obiger Konstruktion des FS(L) bereits erledigt wenn die gekoppelten Ecken von H nach innen fallen, d. h. mit Ecken von G identifiziert werden. Das ist der Fall für  $k \geq 5$ , ( $k=3, k=4$  siehe unten). Die gekoppelten Ecken im FS(L) sind  $E_{n-1}, E_n$ .

Fall (b)

Zu zeigen: zu  $(E_1, E_2)$  als Basisseite von L gibt es FS(L).

$(E_1, E_2)$  wird als Basisseite von G gewählt.

Die Konstruktion des FS(L) muß  $E'_{m-k+2}, E'_{m-k+3}$  als gekoppelte Ecken ergeben (damit wir für G+H ein FS mit  $(E_1, E_2)$  als Basisseite haben).

(\*) Der spezielle Fall, daß gekoppelte Ecken von G mit gekoppelten Ecken von H identifiziert werden, wird weiter unten untersucht.

Im FS(G) liegt für  $E_{n-3}, E_{n-2}, E_{n-1}, E_n$  mit  $f(E_1) = 1$  einer der drei folgenden Blöcke vor:

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
		2	4	
	1			
		4	2	
2				1
		2	4	
	4			
		1	2, 4	
		4	2	
	1			
		2	4	
4				1
		4	2	
	2			
		1	4, 2	
		1	2, 4	
	4			
		2	4	
1				1
		1	4, 2	
	2			
		4	2	

Wir betrachten den ersten Fall (den ersten möglichen Block im FS(G))

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$
		2	4
	1		
		4	2
2		2	4
	4		
		1	2, 4

und suchen passende Färbungen im FS(H). Dazu betrachten wir die möglichen Blöcke von FS(H) (zunächst ungekoppelt). Der Block im FS(H) wenn  $f(E'_{m-k+2}) = 1$ .

	$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$
	2			
		1		
*	4			
			2	
	2			
		4		
*	1			
			1	
*	4			
		1		
	2			
			4	
*	4			
		2		
*	1			

Die mit \* markierten Färbungen erfüllen  $f(E_{n-2}) = f(E'_{m-k+s})$  und sind daher im FS(L) möglich, also

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$	d. h.	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3} = E_n$
4	1	2	1		1	2, 4
1	4	2	1			
4	1	4	1			
4	2	4	1			
1	2	4	1			

Der Block im FS(H) wenn  $f(E'_{m-k+2}) = 2$

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$
1			
	2		
4			
		1	
1			
	4		
2			
			2
* 4			
	2		
* 1			
		4	
* 4			
	1		
2			

Die mit \* markierten Färbungen erfüllen  $f(E_{n-2}) = f(E'_{m-k+s})$  und sind daher im FS(L) möglich, also

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$	d. h.	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
4	2	4	2		2	4
1	2	4	2			
4	1	4	2			

Der Block im FS(H) wenn  $f(E'_{m-k+2}) = 4$

	$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$
	1			
		4		
	2			
			1	
	1			
		2		
	4			
				4
*	2			
		4		
*	1			
			2	
	2			
		1		
*	4			

Die mit \* markierten Färbungen erfüllen  $f(E_{n-2}) = f(E'_{m-k+s})$  und sind daher im FS(L) möglich, also

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$	d. h.	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
2	4	2	4		4	2
1	4	2	4			
4	1	2	4			

Insgesamt ergeben sich als mögliche Färbungen für  $E'_{m-k+3}$  im FS(L) in Abhängigkeit von  $f(E'_{m-k+2})$

$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
1	2, 4
2	4
4	2

In den Spalten von  $E'_{m-k+1}$ ,  $E'_{m-k+2}$  stehen im FS(H) (wie immer, "normaler" Aufbau des FS)

$E'_{m-k+1}$	$E'_{m-k+2}$
	2
1	4
	1
2	4
	1
4	2

Im FS(L) haben wir somit in den Spalten von

$E'_{m-k+1}$	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
	2	4
1	4	2
	1	2, 4
2	4	2
	1	2, 4
4	2	4

und somit haben wir im FS(L) die (richtigen) Blöcke mit gekoppelten Spalten. (Ein Block ergibt sich in Abhängigkeit von  $f(E'_{m-k})$  mit zwei der obigen drei Möglichkeiten.)

Im FS(G) liegt für  $E_{n-3}, E_{n-2}, E_{n-1}, E_n$  der Block (2. Block Seite 6.12)

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$
		4	2
	1		
		2	4
4			1
		4	2
	2		
		1	4, 2

vor. Zu diesem Block betrachten wir die möglichen Blöcke von FS(H). Der Block im FS(H) wenn  $f(E'_{m-k+2}) = 1$ .

	$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$
*	2			
		1		
	4			
			2	
*	2			
		4		
*	1			
			1	
	4			
		1		
*	2			
			4	
	4			
		2		
*	1			

Die mit \* markierten Färbungen sind im FS(L) möglich, also

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$	d. h.	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
2	1	2	1		1	2, 4
2	4	2	1			
1	4	2	1			
2	1	4	1			
1	2	4	1			

Der Block im FS(H) wenn  $f(E'_{m-k+2}) = 2$

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$
1			
	2		
4			
		1	
1			
	4		
2			
			2
4			
	2		
* 1			
		4	
4			
	1		
* 2			

Die mit \* markierten Färbungen sind im FS(L) möglich, also

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$	d. h.	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
1	2	4	2		2	4
2	1	4	2			



Der Block im FS(H) wenn  $f(E'_{m-k+2}) = 4$

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$
1			
	4		
2			
		1	
1			
	2		
4			
			4
* 2			
	4		
* 1			
		2	
* 2			
	1		
4			

Die mit \* markierten Färbungen sind im FS(L) möglich, also

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$	d. h.	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
2	4	2	4		4	2
1	4	2	4			
2	1	2	4			

Insgesamt ergeben sich als mögliche Färbungen für  $E'_{m-k+3}$  im FS(L) in Abhängigkeit von  $f(E'_{m-k+2})$

$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
1	2, 4
2	4
4	2

In den Spalten von  $E'_{m-k+1}$ ,  $E'_{m-k+2}$  stehen im FS(H) (wie immer, "normaler" Aufbau des FS)

$E'_{m-k+1}$	$E'_{m-k+2}$
	2
1	4
	1
2	4
	1
4	2

Im FS(L) haben wir somit in den Spalten von

$E'_{m-k+1}$	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
	2	4
1	4	2
	1	2, 4
2	4	2
	1	2, 4
4	2	4

und somit haben wir im FS(L) die (richtigen) Blöcke mit gekoppelten Spalten. (Ein Block ergibt sich in Abhängigkeit von  $f(E'_{m-k})$  mit zwei der obigen drei Möglichkeiten.)

Im FS(G) liegt für  $E_{n-3}, E_{n-2}, E_{n-1}, E_n$  der Block

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$
		1	2, 4
	4		
		2	4
1			
		1	4, 2
	2		
		4	2

vor. Zu diesem Block betrachten wir die möglichen Blöcke von FS(H). Der Block im FS(H) wenn  $f(E'_{m-k+2}) = 1$ .

	$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$
*	2			
		1		
	4			
			2	
*	2			
		4		
*	1			
			1	
	4			
		1		
*	2			
			4	
	4			
		2		
*	1			

Die mit \* markierten Färbungen sind im FS(L) möglich, also

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$	d. h.	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
2	1	2	1		1	2, 4
4	1	2	1			
2	4	2	1			
4	1	4	1			
2	1	4	1			
4	2	4	1			

Der Block im FS(H) wenn  $f(E'_{m-k+2}) = 2$

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$
1			
	2		
4			
		1	
1			
	4		
2			
			2
*	4		
	2		
1			
		4	
*	4		
	1		
*	2		

Die mit \* markierten Färbungen sind im FS(L) möglich, also

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$	d. h.	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
4	2	4	2		2	4
4	1	4	2			
2	1	4	2			

Der Block im FS(H) wenn  $f(E'_{m-k+2}) = 4$

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$	
1				
	4			
2				
		1		
1				
	2			
4				
			4	
* 2				
	4			
1				
		2		
* 2				
	1			
* 4				

Die mit \* markierten Färbungen sind im FS(L) möglich, also

$E'_{m-k+5}$	$E'_{m-k+4}$	$E'_{m-k+3}$	$E'_{m-k+2}$	d. h.	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
2	4	2	4		4	2
2	1	2	4			
4	1	2	4			

Insgesamt ergeben sich als mögliche Färbungen für  $E'_{m-k+3}$  im FS(L) in Abhängigkeit von  $f(E'_{m-k+2})$

$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
1	2, 4
2	4
4	2

In den Spalten von  $E'_{m-k+1}$ ,  $E'_{m-k+2}$  stehen im FS(H) (wie immer, "normaler" Aufbau des FS)

$E'_{m-k+1}$	$E'_{m-k+2}$
	2
1	4
	1
2	4
	1
4	2

Im FS(L) haben wir somit in den Spalten von

$E'_{m-k+1}$	$E'_{m-k+2}$	$E'_{m-k+3}$
	2	4
1	4	2
	1	2, 4
2	4	2
	1	2, 4
4	2	4

und somit haben wir im FS(L) die (richtigen) Blöcke mit gekoppelten Spalten. (Ein Block ergibt sich in Abhängigkeit von  $f(E'_{m-k})$  mit zwei der obigen drei Möglichkeiten.)

Zum Fall (c) von Seite 6.12 siehe unten.

XX

Es ist noch der Fall zu betrachten, daß gekoppelte Ecken von H mit gekoppelten Ecken von G identifiziert werden. Im FS(H) sind  $E'_{m-1}, E'_m$  gekoppelt, im FS(G) sind  $E_{n-1}, E_n$  gekoppelt.

Der Fall tritt also ein, wenn

- (a)  $k = 3$  und somit  $E'_m = E_n$ , oder
- (b)  $k = 4$  und somit  $E'_{m-1} = E_n, E'_m = E_{n-1}$ .

Als Vorbereitung einige Listen von Blöcken, die zur Konstruktion des FS(L) gebraucht werden.

$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$
	2	1		2	4		4	1
1			1			1		
	4	2, 1		4	2		2	4, 1
	Block 1.1			Block 1.2			Block 1.3	
	1	2		1	4		4	2
2			2			2		
	4	1, 2		4	1		1	4, 2
	Block 2.1			Block 2.2			Block 2.3	
	2	4		1	4		1	2
4			4			4		
	1	2, 4		2	1, 4		2	1
	Block 3.1			Block 3.2			Block 3.3	

Die möglichen Blöcke in einem FS für  $f(E_1) = 1$  bzw.  $f(E'_1) = 1$  sind:

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E'_1$
		1	4, 2	
	2			
		4	2	
1		1	2, 4	1

	4			
		2	4	

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E'_1$
		1	4, 2	
	2			
		4	2	
4		2	4	1
	1			
		4	2	

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E'_1$
		2	4	
	1			
		4	2	
2		2	4	1
	4			
		1	2, 4	



Die möglichen Blöcke in einem FS für  $f(E_1) = 2$  bzw.  $f(E'_1) = 2$  sind:

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E'_1$
		1	4	
	2			
		4	1	
1				2
		1	4	
	4			
		2	1, 4	

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E'_1$
		2	4, 1	
	1			
		4	1	
2				2
		2	1, 4	
	4			
		1	4	

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E'_1$
		4	1	
	1			
		2	4, 1	
4				2
		4	1	
	2			
		1	4	

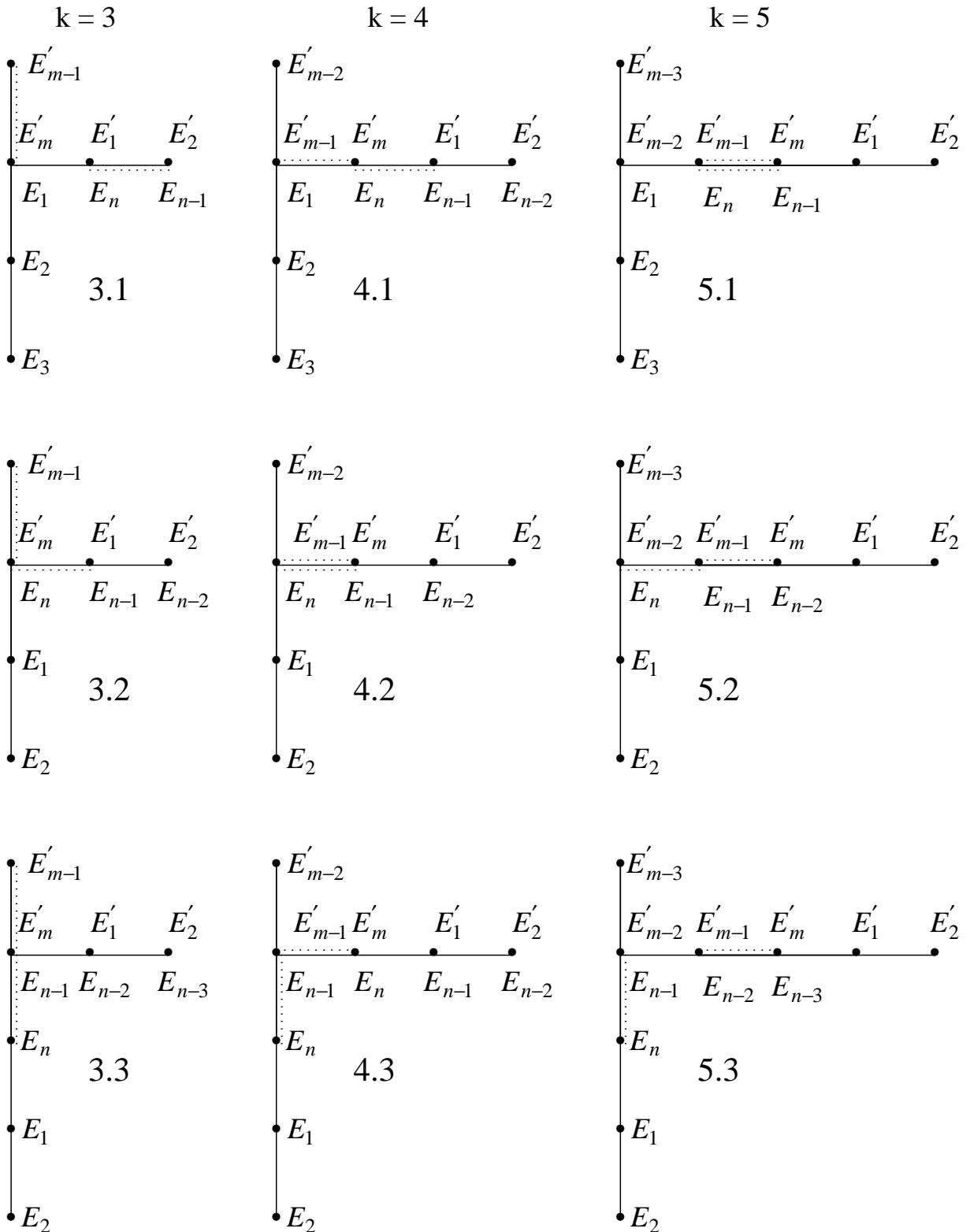
Die möglichen Blöcke in einem FS für  $f(E_1) = 4$  bzw.  $f(E'_1) = 4$  sind:

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E'_1$
		1	2	
	2			
		4	1, 2	
1				4
		1	2	
	4			
		2	1	

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E'_1$
		2	1	
	1			
		4	2, 1	
2				4
		2	1	
	4			
		1	2	

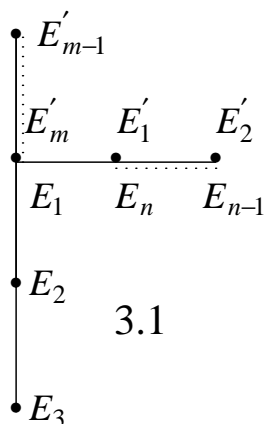
$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E'_1$
		4	2, 1	
	1			
		2	1	
4				4
		4	1, 2	
	2			
		1	2	

Jetzt betrachten wir den speziellen Fall, daß gekoppelte Ecken von  $G$  mit Ecken von  $H$  identifiziert werden. In diesen Fällen wird für die Konstruktion von  $FS(L)$  die Basisseite von  $H$  anders gewählt (als in Figur  $fmG\_an\_fmG$ ). Dies sieht für verschiedene Werte von  $k$  und in Abhängigkeit von der Wahl der Basisseite  $(E_1, E_2)$  so aus:



Das FS(L) wird konstruiert für alle auf Seite 6.30 dargestellten Fälle und zwar für alle Blöcke, die im FS(G) und im FS(H) vorliegen können (für die Ecken, die für den Anschluß relevant sind).  $(E_1, E_2)$  Basisseite von L wird als Basisseite von G gewählt ( $f(E_1) = 1, f(E_2) = 2$ ).

Fall 3.1



3.1

Wegen  $f(E_1) = 1$  sind im FS(G) die Blöcke von Seite 6.27 möglich. Es liege der erste mögliche Block vor.

$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
	1	4, 2	
2			
	4	2	
			1
	1	2, 4	
4			
	2	4	

$f(E_{n-2}) = 2$ . Zu den Werten von  $f(E_n) = f(E'_1), f(E_{n-1}) = f(E'_2)$  betrachten wir die möglichen Blöcke im FS(H) und erhalten als passende Färbungen, d. h. mit der

Bedingung  $f(E'_m) = f(E_1) = 1$ :

$E'_1$	$E'_2$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$
4	1	1	2	4	1
			4	2	
		2	1	2, 4	
			4	2	
		4	1	2, 4	
			2	4	
2	4	(*)			
2	1	1	2	4	
			4	2	
		2	1	2, 4	
			4	2	
		4	1	4, 2	
			2	4	

(\*) nur von  $f(E'_1)$  abhängig, also gleich nächste Zeile.

Also haben wir

$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$
	2	4		1	2, 4		1	2, 4
1			2			4		
	4	2		4	2		2	4

Für  $E'_{m-3}$  haben wir als zusammengehörige Werte 1 und 2 oder 1 und 4 oder 2 und 4. Gleichgültig welche Werte für  $f(E'_1)$  vorliegen ( $f(E'_1) = 2$  oder  $f(E'_1) = 4$ ) wir haben zu einem Wert  $f(E'_{m-3})$  immer dieselben Fortsetzungen für  $E'_{m-2}$ ,  $E'_{m-1}$  und diese bilden im FS(L) den Block mit gekoppelten Spalten.

$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$
	2	4		2	4		1	2, 4
1			1			2		
	4	2		4	2		4	2
	1	2, 4		1	4, 2		1	4, 2
2			4			4		
	4	2		2	4		2	4

$f(E_{n-2}) = 4$ . Zu den Werten von  $f(E_n) = f(E'_1)$ ,  $f(E_{n-1}) = f(E'_2)$  betrachten wir die möglichen Blöcke im FS(H) und erhalten als passende Färbungen, d. h. mit der Bedingung  $f(E'_m) = f(E_1) = 1$ :

$E'_1$	$E'_2$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$
2	1	1	2	4	1
			4	2	
		2	1	2, 4	
			4	2	
		4	1	4, 2	
			2	4	
4	1	(*)			
4	2	1	2	4	
			4	2	
		2	1	2, 4	
			4	2	
		4	1	4, 2	
			2	4	

(\*) nur von  $f(E'_1)$  abhängig, also gleich nächste Zeile. Für  $E'_{m-3}$  haben wir als zusammengehörige Werte 1, 2 oder 1, 4 oder 2, 4. Gleichgültig welche Werte für  $f(E'_1)$  vorliegen ( $f(E'_1) = 2$  oder  $f(E'_1) = 4$ ), wir haben immer dieselben Fortsetzungen für  $E'_{m-2}$ ,  $E'_{m-1}$  und diese bilden im FS(L) den Block mit gekoppelten Spalten.

$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$
	2	4		2	4		1	2, 4
1			1			2		
	4	2		4	2		4	2
	1	2, 4		1	4, 2		1	4, 2
2			4			4		
	4	2		2	4		2	4

Der zweite mögliche Block im FS(G) von Seite 6.27

$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
	1	4, 2	
2	4	2	
			1
	2	4	
1	4	2	

$f(E_{n-2}) = 2$ .

Zu  $f(E_n), f(E_{n-1})$  betrachten wir die möglichen Blöcke im FS(H) und dazu die passenden Färbungen mit  $f(E'_m) = 1$ .

$E_n$	$E_{n-1}$					
$E'_1$	$E'_2$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	
2	1					$f(E'_1) = 2$ , Block Seite 6.28
2	4	1	2	4	1	
			4	2		
		2	1	2, 4		
			4	2		
		4	1	4, 2		
			2	4		

4	1	1	2	4		$f(E'_1) = 2$ , Block Seite 6.29
			4	2		
		2	1	2, 4		
			4	2		
		4	1	4, 2		
			2	4		

Für  $E'_{m-3}$  haben wir als zusammengehörige Werte 1, 2 oder 1, 4 oder 2, 4. Gleichgültig welche Werte für  $f(E'_1)$  vorliegen ( $f(E'_1) = 2$  oder  $f(E'_1) = 4$ ), wir haben immer dieselben Fortsetzungen für  $E'_{m-2}, E'_{m-1}$  und diese bilden im FS(L) den Block mit gekoppelten Spalten.

$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$
	2	4		2	4		1	2, 4
1			1			2		
	4	2		4	2		4	2
	1	2, 4		1	4, 2		1	4, 2
2			4			4		
	4	2		2	4		2	4

$$f(E_{n-2}) = 1.$$

Zu  $f(E_n), f(E_{n-1})$  betrachten wir die möglichen Blöcke im FS(H) und dazu die passenden Färbungen mit  $f(E'_m) = 1$ .

$E_n$	$E_{n-1}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	
4	2	1	2	4	1	$f(E'_1) = 4$ , Block Seite 6.29
			4	2		
		2	1	2, 4		
			4	2		
		4	1	4, 2		
			2	4		
2	4	1	2	4		$f(E'_1) = 2$ , Block Seite 6.28
			4	2		
		2	1	2, 4		
			4	2		
		4	1	4, 2		
			2	4		

Für  $E'_{m-3}$  haben wir als zusammengehörige Werte 1, 2 oder 1, 4 oder 2, 4. Gleichgültig welche Werte für  $f(E'_1)$  vorliegen ( $f(E'_1) = 2$  oder  $f(E'_1) = 4$ ), wir haben immer dieselben Fortsetzungen für  $E'_{m-2}, E'_{m-1}$  und diese bilden im FS(L) den Block mit gekoppelten Spalten.

$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$
	2	4		2	4		1	2, 4
1			1			2		
	4	2		4	2		4	2
	1	2, 4		1	4, 2		1	4, 2
2			4			4		
	4	2		2	4		2	4

Für  $f(E_{n-2}) = 4$  finden wir die Färbungen analog.



Der dritte mögliche Block im FS(G) von Seite 6.27

$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
	2	4	
2			
	4	2	
			1
	2	4	
4			
	1	2, 4	

$$f(E_{n-2}) = 1.$$

Wie 2. Block FS(G) untere Hälfte, Seite 6.33 oben.

Zu  $f(E_{n-2}), f(E_{n-1})$  die möglichen Blöcke im FS(H) und dazu die passenden Färbungen mit  $f(E'_m) = 1$ , d. h.

$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$
	2	4
1		
	4	2

alles wie oben gehabt

$$f(E_{n-2}) = 4$$

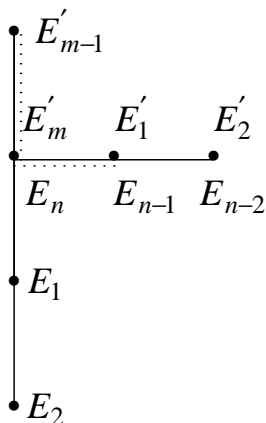
Wie erster Block FS(G), untere Hälfte, Seite 6.31 oben.

Zu  $f(E_{n-2}), f(E_{n-1})$  die möglichen Blöcke im FS(H) und dazu die passenden Färbungen mit  $f(E'_m) = 1$ , d. h.

$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$
	2	4
1		
	4	2

Damit ist der Fall (n, m, 3), Basisseite gemäß Figur 3.1 erledigt.

Fall 3.2. Basisseite gemäß Figur 3.2



$(E_1, E_2)$  Basisseite von  $FS(L)$  wird als Basisseite von  $FS(G)$  gewählt. Wie im Fall 3.1 sind die möglichen Blöcke des  $FS(G)$  zu betrachten und zwar für  $E_{n-2}, E_{n-1}, E_n$  und zu jedem dieser Blöcke die möglichen Blöcke des  $FS(H)$ . Damit ist  $FS(L)$  zu konstruieren und zwar speziell die möglichen Färbungen für  $E'_{m-1}, E'_m$  mit den Bedingungen  $f(E'_1) = f(E_{n-1}), f(E'_2) = f(E_{n-2}), f(E'_m) = f(E_n)$ . Bei der Konstruktion des  $FS(L)$  müssen sich  $E'_{m-1}, E'_m$  als gekoppelte Ecken ergeben.

Wegen  $f(E_1) = 1$ , gibt es drei mögliche Blöcke für  $E_{n-2}, E_{n-1}, E_n$ , Seite 6.27

Der erste mögliche Block im  $FS(G)$

$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$
	1	4, 2
2		
	4	2
	1	2, 4
4		
	2	4

Passende Färbungen der möglichen Blöcken des  $FS(H)$ ,  $f(E'_m) \neq f(E'_1), f(E'_1) = f(E_{n-1})$  suchen.

Welcher Block im  $FS(H)$  für  $E'_{m-2}, E'_{m-1}, E'_m$  vorliegen kann hängt ab von  $f(E'_1) = f(E_{n-1})$  und  $f(E'_2) = f(E_{n-2})$  und von der Länge des Randes von  $H$ .

Für  $f(E_{n-2}) = 2, f(E_{n-1}) = 1$  ist  $f(E_n)$  2 oder 2, 4; dann liegt wegen  $f(E'_1) = 1$  im  $FS(H)$  einer der Blöcke Seite 6.27 vor und Färbungen passen, wenn  $f(E'_m) = f(E_n)$ .

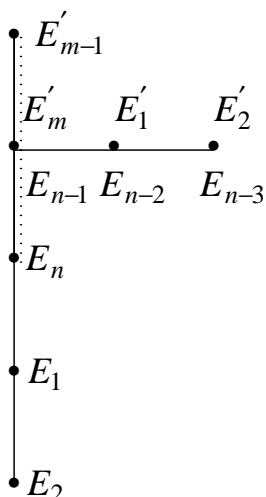
Zu  $f(E_n) = 2 = f(E'_m)$  passt (immer)  $f(E'_{m-1}) = 4$ ,  
zu  $f(E_n) = 4 = f(E'_m)$  passt (immer)  $f(E'_{m-1}) = 2$ ,  
zu  $f(E_n) = 2, 4 = f(E'_m)$  passt (immer)  $f(E'_{m-1}) = 1$ , also bilden die passenden  
Färbungen für  $E'_{m-2}, E'_{m-1}, E'_m$ , einen Block ( $E_{n-1}$  fällt nach innen):

$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E_{n-1}$	$E_n$
	1	4, 2		
2	4	2		
			1	
	1	2, 4		
4	2	4		

(Das ist der Block des FS(L) für die Randecken  $E'_{m-2}, E'_{m-1}, E'_m$  von L.)

Für die anderen möglichen Blöcke von FS(G) findet man den Block für L analog.

Fall 3.3. Basisseite gemäß Figur 3.3



Wie im Fall 3.1 sind die möglichen Blöcke des FS(G) zu betrachten und zwar für  $E_{n-3}, E_{n-2}, E_{n-1}, E_n$  und zu jedem dieser Blöcke die möglichen Blöcke des FS(H). Damit ist FS(L) zu konstruieren. Bei der Konstruktion des FS(L) bleiben  $E_{n-1}, E_n$  die gekoppelten Ecken (für L).

Der erste mögliche Block des FS(G) ( $f(E_1) = 1$ )

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$
		1	4, 2
	2		
		4	2
1			
		1	2, 4
	4		
		2	4

Die passende Färbungen in den möglichen Blöcken des FS(H) sind zu bestimmen mit den Bedingungen:  $f(E_1') = f(E_{n-2}), f(E_2') = f(E_{n-3}), f(E_m') = f(E_{n-1})$

Welche Blöcke im FS(H) vorliegen können hängt ab von  $f(E_{n-2}), f(E_{n-3})$ , die "Startwerte" der Basisseite von H und von der Länge des Randes von H.

Für  $f(E_1') = 1$  bzw.  $f(E_1') = 2$  bzw.  $f(E_1') = 4$  sind es die Blöcke Seite 6.27 bzw. Seite 6.28 bzw. Seite 6.29.

FS(G), erster Block, Bedingung  $f(E'_m) = f(E_{n-1})$

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$
1	2	1	4
			2
		4	2
	4	1	2
			4
		2	4

FS(H)

$E'_2$	$E'_1$	$E'_m$	$E'_{m-1}$
1	2	4	1
		1	4
		4	1
		1, 4	2
	4	2	1
		1, 2	4
		2	1
		1	2

FS(L)

$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E_n$
1	4	2
	2	4
2	1	2, 4
	4	2
4	1	2, 4
	2	4

Für FS(H) gibt es drei mögliche Blöcke mit  $f(E'_1) = 2$  bzw.  $f(E'_1) = 4$ , für alle sind diese Färbungen passend.

FS(G), zweiter Block

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$
4	2	1	4
		4	2
	1	2	4
		4	2

FS(H)

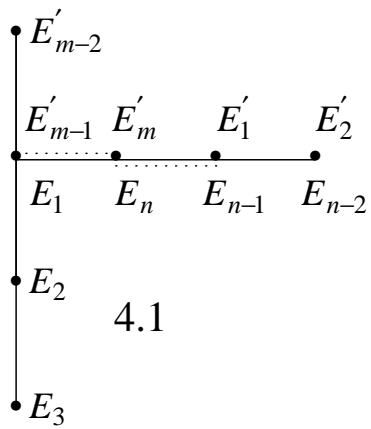
$E'_2$	$E'_1$	$E'_m$	$E'_{m-1}$
4	2	4	1
		1	4
		4	1
		1, 4	2
	1	4	2
		2	4
		4	2
		2, 4	1

FS(L)

$E'_{m-1}$	$E'_m$	$E_n$
1	4	2
	2	4
2	4	2
	1	4, 2
4	1	4, 2
	2	4

FS(G) dritter Block analog.

Fall 4.1



Basisseite  $(E_1, E_2)$ . Das FS(L) ist zu konstruieren, dabei müssen sich  $E'_{m-3}, E'_{m-2}$  als gekoppelte Ecken ergeben.

$f(E_1) = 1$ , erster Block FS(G)

$E_{n-3}$	$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$
		1	4, 2
	2		
		4	2
1			
		1	2, 4
	4		
		2	4

Die jeweils zu  $f(E'_2) = f(E_{n-2})$ ,  $f(E'_1) = f(E_{n-1})$  möglichen Blöcke im FS(H) für FS(L) passende Färbungen wenn  $f(E_n) = 4$

$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$				
	1	4, 2	1				
$E'_2$	$E'_1$	$E'_m$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$
2	1	4, 2	1				
				2			
		2	4				
					1	1	2, 4
		2, 4	1				
				4			
		4	2				
		4, 2	1				
				2			
		2	4				
					4	4	2
		4	2				
				1			
		2	4				
		4	2				
				1			
		2	4				
					2	2	4
		4	2				
				4			
		2, 4	1				

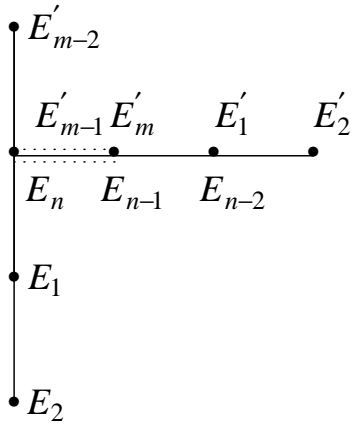


für FS(L) passende Färbungen wenn  $f(E_n) = 2$

$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$				
	1	4, 2	1				
$E'_2$	$E'_1$	$E'_m$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-3}$	$E'_{m-2}$
2	4						
		2	1				
				2			
		1, 2	4				
					1	1	2, 4
		2	1				
				4			
		1	2				
		1	2				
				1			
		2, 1	4				
					2	2	4
		1	2				
				4			
		2	1				
		2, 1	4				
				1			
		1	2				
					4	4	2
		1, 2	4				
				2			
		2	1				

Erster Block FS(G), untere Hälfte analog.  
 Zweiter und dritter Block FS(G) analog.

Fall 4.2



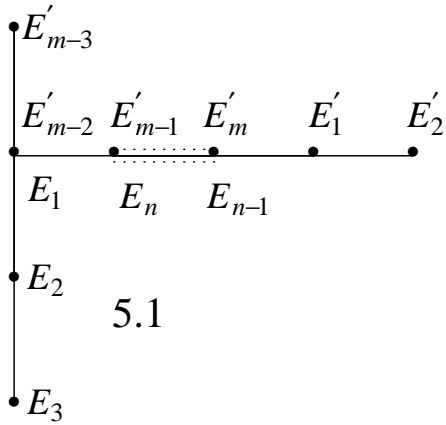
Basisseite  $(E_1, E_2)$  von L als Basisseite von G wählen.  $E'_{m-2}, E'_{m-1}$  müssen sich als gekoppelte Ecken ergeben. FS(G) (zur Abwechslung zweiter Block) ( $f(E_1) = 1$ )

$E_n$	$E_{n-1}$	$E_{n-2}$
	1	4, 2
2		
	4	2
	2	4
1		
	4	2

FS(H) dazu mit der Bedingung  $f(E'_1) = f(E_{n-2})$ .

$E'_1$	$E'_m$	$E'_{m-1}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-2}$	$E'_{m-1}$
2	4	1			
			2	2	4
	1	4			
	4	1			
			4	4	2
	1, 4	2			
	4, 1	2			
			1	1	2, 4
	1	4			
	1, 4				
			4	4	2
	4	1			
	1				
			1	1	4, 2
	4, 1	2			
	1	4			
			2	2	4
	4	1			

Fall 5.1



Basisseite  $(E_1, E_2)$  von  $L$  als Basisseite von  $G$  wählen.  $E'_{m-4}, E'_{m-3}$  müssen sich als gekoppelte Ecken ergeben. FS( $G$ ) (zur Abwechslung dritter Block) ( $f(E_1) = 1$ )

$E_{n-2}$	$E_{n-1}$	$E_n$	$E_1$
	2	4	
1		4	2
			1
	2	4	
4			
	1	2,4	

FS( $H$ ) dazu mit der Bedingung  $f(E'_{m-2}) = f(E_1)$ ,  $f(E'_{m-1}) = f(E_n)$ ,  $f(E'_m) = f(E_{n-1})$ .

$E'_1 \quad E'_m \quad E'_{m-1} \quad E'_{m-2} \quad E'_{m-2} \quad E'_{m-1}$

Da  $k = 5$  ist  $|L| = |G| - 4 + |H| - 4 = |G| - 3 + |H| - 3 - 2$ , d. h. von den Färbungen von  $G$  und  $H$  brauchen wir für  $L$  jede vierte.

$f(E_{n-2}) = 1$  oder  $f(E_{n-2}) = 4$

WOZU

$$E_n \quad E_{n-1} \quad E_{n-2} \quad E'_m \quad E'_{m-1} \quad E'_{m-2} \quad E'_{m-3} \quad f(E'_1) \quad f(E'_2) \quad f(E'_1) = f(E_{n-2}) = 2, \\ f(E'_2) = f(E_{n-3}) = 1 \Rightarrow f(E_1) \quad f(E_n) \quad f(E_{n-1}) \quad f(E_{n-2}) \quad f(E'_m) \quad f(E'_{m-1}) \quad f(E'_{m-2}) \\ f(E'_{m-3})$$

$$f(E_{n-3}) \quad f(E_{n-2}) \quad f(E_{n-1}) \quad f(E_n)$$

Jetzt betrachten wir den speziellen Fall, daß gekoppelte Ecken von  $G$  mit gekoppelten Ecken von  $H$  identifiziert werden. In diesen Fällen wird für die Konstruktion von  $FS(L)$  die Basisseite von  $H$  anders gewählt (als in Figur  $fmG\_an\_fmG$ ). Dies sieht für verschiedene Werte von  $k$  und in Abhängigkeit von der Wahl der Basisseite  $(E_1, E_2)$  so aus:

